Problème de Lot-Sizing avec contraintes sur les inventaires dans les périodes

Mehdi Charles[1,3], Stéphane Dauzère-Pérès[1], Safia Kedad-Sidhoum[2], Issam Mazhoud[3]

[1] Mines Saint-Etienne, Univ. Clermont Auvergne, CNRS, UMR 6158 LIMOS
CMP, Department of Manufacturing Sciences and Logistics, Gardanne, France

[2] Conservatoire National des Arts et Métiers, CEDRIC, 75003 Paris, France

[3] DecisionBrain, 75010 Paris, France

Mots-clés : *lot sizing, modélisation, inventaire dans les périodes, contraintes de stockage.*

1 Introduction

Nous nous intéressons ici au *Capacitated Lot-Sizing problem with setup times* introduit par Trigeiro et al. ([1]) avec l'addition de ventes perdues ([2]) et de contraintes sur les variables d'inventaire ([3], [4]). Dans un problème de lot-sizing classique, l'horizon de temps est discrétisé en périodes et les contraintes ne s'appliquent qu'au début de chacune de ces périodes. C'est notamment le cas pour les contraintes d'inventaire, courantes dans les problèmes industriels. En effet, des contraintes matérielles peuvent limiter la quantité d'inventaire pouvant être stockée, tandis que les aléas de production peuvent pousser à avoir un inventaire minimum pour chaque produit. Cela peut se modéliser par des contraintes ([3]) ou par une pénalisation du déficit d'inventaire dans la fonction objectif ([5]). Le fait de ne considérer les bornes sur l'inventaire qu'en début de période peut poser des problèmes pour la gestion de l'inventaire. Lors de la reconstruction d'un plan de production sur un temps qui n'est plus discrétisé, ne pas tenir compte de l'évolution dynamique de l'inventaire peut aboutir à des plans irréalisables en pratique. Notamment, des problèmes de gestion d'inventaire peuvent se produire si les périodes discrétisées sont très longues (*semaines, mois...*) ou dès lors qu'il y a un besoin de synchronisation entre différents ateliers et donc des demandes continues dans une période. Considérer une discrétisation plus fine de l'horizon temporel ([6]) n'est pas suffisant dans ce cas précis. La modélisation de certains schémas de demande et de production nécessiterait en particulier l'ajout de contraintes de setup sur plusieurs périodes, rendant la résolution d'instances de grande taille impossible.

2 Propositions de modélisations

Nous proposons deux modélisations linéaires de l'évolution de l'inventaire dans les périodes. Pour chacun de ces modèles, diverses hypothèses sur l'évolution de la production et de la demande dans chaque période sont prises.

2.1 Première modélisation

Dans ce premier modèle, après un temps de setup, la production est considérée comme répartie uniformément dans chaque période. L'évolution de la demande est approximée par un *cône d'incertitude*, correspondant à une approximation par deux droites représentant la demande au plus tôt et la demande au plus tard. Par l'ajout d'offset pour ajuster ces droites, cette méthode a l'avantage de pouvoir modéliser de manière assez précise des demandes génériques. A partir de cette modélisation de la production et de la demande, il est possible d'évaluer les inventaires minimaux et maximaux atteints dans chaque période et de borner ces inventaires à l'aide de $O(N)$ contraintes linéaires à chaque période, où N représente le nombre de produits.

2.2 Seconde modélisation

Dans le second modèle, la production n'est plus répartie uniformément durant la période mais s'effectue avec un taux de production fixe. La demande quant à elle est considérée comme instantanée. En prenant en compte ces hypothèses, il s'agit ensuite de séparer chaque variable de setup et de production en deux variables et de dissocier les productions ayant lieu avant et après la demande. Il est ainsi possible de caractériser les niveaux extrêmes d'inventaire et de prendre des décisions de production à un niveau plus détaillé en décidant de produire avant ou après chaque demande. Des contraintes de capacité additionnelles sont ajoutées pour chaque demande, ce qui permet une meilleure coordination entre les différentes productions. A chaque période, $O(N)$ contraintes additionnelles ainsi que $O(N)$ variables additionnelles sont nécessaires.

3 Conclusions et perspectives

Par l'analyse des résultats numériques obtenus en générant divers scénarios possibles pour modéliser les demandes à chaque période, nous montrons que la sous-estimation de l'évolution des inventaires durant les périodes peut conduire à des plans de production irréalisables. Nous montrons aussi que la modélisation de l'évolution de l'inventaire permet bien d'obtenir des plans de production respectant mieux les contraintes d'inventaire dans les périodes. C'est surtout le cas pour le second modèle qui est plus précis mais nécessite l'ajout de variables de décisions supplémentaires.

Références

[1] William W. Trigeiro, L. Joseph Thomas, and John O. McClain. Capacitated Lot Sizing with Setup Times. *Management Science*, 35(3) :353–366, March 1989.

[2] Nabil Absi and Safia Kedad-Sidhoum. The multi-item capacitated lot-sizing problem with setup times and shortage costs. *European Journal of Operational Research*, 185(3) :1351–1374, March 2008.

[3] Stephen F. Love. Bounded Production and Inventory Models with Piecewise Concave Costs. *Management Science*, 20(3) :313–318, November 1973.

[4] Jose Gutiérrez, Antonio Sedeño-Noda, Marcos Colebrook, and Joaquin Sicilia. A new characterization for the dynamic lot size problem with bounded inventory. *Computers & Operations Research*, 30(3) :383–395, March 2003.

[5] Nabil Absi and Safia Kedad-Sidhoum. The multi-item capacitated lot-sizing problem with safety stocks and demand shortage costs. *Computers & Operations Research*, 36(11) :2926–2936, November 2009.

[6] Bernhard Fleischmann and Herbert Meyr. The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, 19(1) :11–21, March 1997.