Planification de production et ordonnancement pour la fabrication de bouteilles en verre

Christophe Rapine[1], Ayse Akbalik[1], Luis Guimarães[2], Bernardo Almada-Lobo[2]

[1] Université de Lorraine, LCOMS, Metz, France
{ayse.akbalik,christophe.rapine}@univ-lorraine.fr
[2] INESC TEC, Faculty of Engineering, University of Porto, Portugal
{lguimaraes,almada.lobo@fe.up.pt}@fe.up.pt

Mots-clés : *Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem (PLSP), Changeover Scheduling Problem (CSP), Complexity, Polynomial time algorithm, Glass container industry.*

1 Introduction

Nous considérons un système de production de bouteilles en verre issu d'un cas industriel provenant d'un fabricant portugais. Dans cette étude, nous nous concentrons sur le problème de planification de production de verres en fusion de différentes couleurs dans les fours. L'objectif est de décider quand et quelle quantité de verre en fusion de chaque couleur il faudra fabriquer dans chaque four, à chaque période (=mois) sur les années qui viennent. En nous basant sur le fonctionnement réel du système de production, nous supposons que la capacité de production de chaque four est continue, stationnaire et identique (les fours fonctionnent 7j/7 et 24h/24).

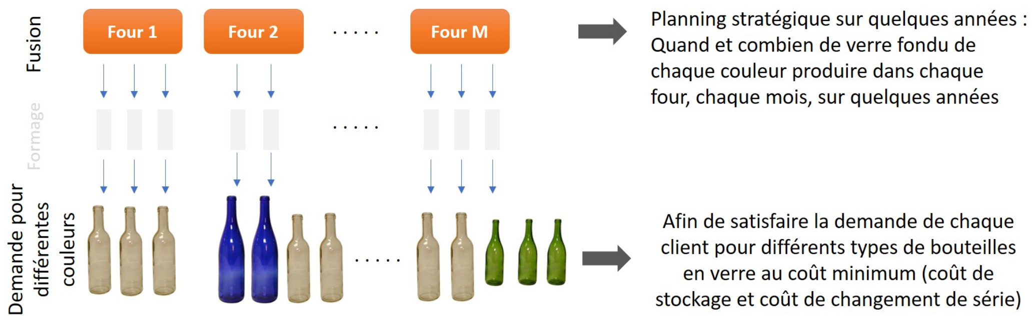

FIG. 1 – Système de fours identiques et parallèles pour la fabrication de bouteilles en verre.

Le changement de couleur de verre en fusion pour un four donné étant très gourmand en temps (de l'ordre de quelques jours), l'industriel se restreint à très peu de couleurs affectées à chaque four. Dans notre problème, nous supposons la fabrication d'au plus 2 couleurs sur une période et pour un four donné, afin de réduire au maximum les coûts engendrés par le changement de couleurs. Du fait d'une fabrication continue, le coût unitaire de production est supposé nul et le coût classique de setup est remplacé par un coût de start-up, payé lorsqu'il y a un changement de couleur dans le four de fusion. Pour résumer, nous étudions un problème de dimensionnement de lots multi-item (=multi-couleurs), multi-ressources à capacités limitées, où le but est de satisfaire les demandes sans rupture de stock tout en minimisant le coût total de stockage et de changement de série (nommé start-up dans la suite).

Dans la littérature, Proportional Lot sizing and Scheduling Problem (PLSP) s'approche le plus de notre problème. Le PLSP autorise au plus un changement de couleur par période pouvant survenir à n'importe quel instant pendant la période. La différence de ce modèle dit "small-bucket" par rapport à notre modèle réside dans le fait que notre modèle n'autorise pas de ne rien produire à un instant donné : la capacité est toujours saturée par la production.

Pour une revue de littérature sur les problèmes intégrés de lot sizing et d'ordonnancement, voir [3]. Pour des résultats de complexité sur le problème small-bucket multi-item LSP avec start-up times, voir [4].

2 Formulation mathématique et résultats théoriques

Nous introduisons le Continuous Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem (CPLSP), notre variante du PLSP, dans lequel les fours produisent en continu à pleine capacité C. N différents items (couleurs de verre en fusion) sont à ordonnancer sur ces fours en parallèle, chaque item i ayant une demande d_{it} à satisfaire à la période t sur un horizon de T périodes. Chaque unité de l'item i stockée engendre un coût de stockage h_i. Un coût de start-up g_i est payé chaque fois qu'un four est configuré pour fabriquer l'item i. A chaque période t, nous devons décider la quantité x_{it}^m à produire dans chaque four m. La variable binaire y_{it}^m indique si le four m est configuré pour l'item i à t, la variable binaire z_{it}^m si un start-up (change-over) de l'item i a lieu durant la période t, et s_{it} le niveau de stock de l'item i à la fin de t. La formulation en PLNE du CPLSP est donnée comme suit :

$$
\begin{array}{lll}
\min & \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N} h_i s_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} g_i z_{it}^m & \\
s.t. & s_{it-1} + \sum_{m=1}^{M} x_{it}^m = s_{it} + d_{it} & \forall i \in \{1..N\}, t \in \{1..T\} \\
 & C = \sum_{i=1}^{N} x_{it}^m & \forall m \in \{1..M\}, t \in \{1..T\} \\
 & x_{it}^m \leq C(y_{it}^m + y_{it-1}^m) & \forall m \in \{1..M\}, i \in \{1..N\}, \forall t \in \{1..T\} \\
 & z_{it}^m \geq y_{it}^m - y_{it-1}^m & \forall m \in \{1..M\}, i \in \{1..N\}, \forall t \in \{1..T\} \\
 & \sum_{i=1}^{N} y_{it}^m = 1 & \forall m \in \{1..M\}, t \in \{1..T\} \\
 & x_{it}^m, s_{it} \geq 0, z_{it}^m, y_{it}^m \in \{0,1\} & \forall m \in \{1..M\}, i \in \{1..N\}, t \in \{1..T\}
\end{array}
$$

Notre problème peut se formuler comme un Changeover Scheduling Problem (CSP). Voir Bruno et Downey [1] pour les cas polynomiaux et NP-difficiles du CSP. Dans le CSP, une tâche j correspond à une commande avec un deadline (=la date de commande), un processing time (=la quantité demandée), et une famille (=la couleur). Ayant n tâches à ordonnancer sur plusieurs machines (=fours), l'objectif est de minimiser le coût total de start-up (=changement de couleur) et de stockage pour trouver l'ordonnancement optimal. Cheng et Kovalyov [2] proposent un algorithme de programmation dynamique en temps $O(n^F/F^{F-2})$ pour le CSP, polynomial pour un nombre de familles F fixé. Ils proposent également un algorithme nommé *TWO*, qui résoud en temps linéaire $O(n)$ le CSP avec 2 familles et des coûts de start-up unitaire.

Nous proposons un algorithme *COIN - Change Only If Necessary*, également linéaire, pour résoudre CSP à 2-item, basé sur le même principe que *TWO*, mais pour résoudre le cas plus général avec des coûts de start-up pouvant être différents entre les items et des coûts de stockage stationnaires. Nous proposons un algorithme de programmation dynamique en temps $O(T^2)$ pour résoudre le CPLSP à 2-item avec un coût de stockage spécifique à chaque item. Nous généralisons ce résultat en proposant un algorithme en temps $O(T^5)$ pour le CPLSP à 2-item avec des temps de start-up. Pour finir, nous développons un algorithme en temps $O(M^3T^3)$ pour le CPLSP à 2-item sur M machines parallèles.

Références

[1] Bruno, J., P. Downey. Complexity of task sequencing with deadlines, set-up times and changeover costs. *SIAM Journal on Computing*, 7(4), 393–404, 1978.

[2] Cheng, T.E., M.Y. Kovalyov. Single Supplier Scheduling for Multiple Deliveries. *Annals of Operations Research* 107, 51–63, 2001.

[3] Copil, K., M. Wörbelauer, H. Meyr, H. Tempelmeier. Simultaneous lotsizing and scheduling problems : a classification and review of models. *OR spectrum*, 39(1), 1–64, 2017.

[4] Vanderbeck, F. Lot-sizing with start-up times. *Management Science*, 44(10), 1409–1425, 1998.