

# Estimation rapide du revenu généré par un planning de vols d'une compagnie aérienne

Sébastien Deschamps<sup>1</sup>, Frédéric Meunier<sup>1</sup>, Axel Parmentier<sup>1</sup>

École des Ponts Paristech, CERMICS, Champs-sur-Marnes, France

`sebastien.deschamps@enpc.fr`

`frederic.meunier@enpc.fr`

`axel.parmentier@enpc.fr`

**Mots-clés** : *recherche opérationnelle, optimisation, génération de colonnes, revenue management, modèle de choix discrets*

## 1 Introduction

Il est important pour une compagnie aérienne de pouvoir estimer efficacement le revenu d'un planning de vols, notamment à des fins d'optimisation ou pour prospecter la vente de nouveaux itinéraires associés à un nouveau planning. C'est une problématique typique de Revenue Management. Les enjeux d'une bonne estimation sont les suivants.

D'un côté, il est souhaitable de connaître et de prédire précisément le comportement des voyageurs qui vont acheter les itinéraires proposés à la vente. C'est le rôle des modèles de choix discrets qui, à partir de l'historique des achats, reflètent le comportement des consommateurs face à de nouveaux produits.

D'une autre côté, il est important de considérer que la vente d'un itinéraire consomme une ressource partagée par d'autres itinéraires : les places libres dans les avions de la compagnie. Cette "cannibalisation" des ventes d'un itinéraire par un autre empêche de considérer les ventes indépendamment les unes des autres et augmente grandement la combinatoire du problème.

Talluri et van Ryzin [3] ont proposé un algorithme efficace s'appuyant sur un modèle de choix discrets général, mais ignorant l'aspect de cannibalisation. Des articles ultérieurs, comme celui de Liu et van Ryzin [2], ont étendu ces travaux pour prendre en compte cette cannibalisation dans le cas de ressources partagées sur un réseau. Ces algorithmes sont cependant trop complexes pour être appliqués dans le cas de planning de vols de grande taille. Lorsque le revenu doit être estimé rapidement, au sein d'une optimisation par exemple, les compagnies ont donc pour habitude de l'évaluer de manière grossière, par avion utilisé. Cela ne répond pas aux deux enjeux présentés ci-dessus et aboutit donc à des imprécisions dans l'estimation.

Dans ce travail, on regarde plus généralement l'optimisation du revenu où les variables de décision sont les quantités de places ouvertes par itinéraire. Notre première contribution consiste à démontrer qu'un programme linéaire très simple constitue une limite fluide de la modélisation stochastique naturelle de ce problème. Ce dernier tient en particulier compte du modèle de choix discret et de la cannibalisation. Notre seconde contribution est une méthode de décomposition de Dantzig–Wolfe pour résoudre le programme linéaire, plus performante que la résolution frontale par un solveur commercial.

## 2 Formulation linéaire et résolution

Une compagnie aérienne propose à la vente des *itinéraires* qui sont prédéterminés. Un itinéraire est composé de *vols* pris dans un ensemble  $L$  donné. Par ailleurs les itinéraires sont partitionnés en *marchés*. (Typiquement un marché est l'ensemble des itinéraires reliant une

paire origine-destination donnée.) L'ensemble des marchés est noté  $M$ . Enfin chaque vol a un nombre de places  $s_l$  donné et la vente d'un itinéraire  $i$  rapporte  $c_i$ .

Pour chaque marché  $m \in M$ , on note  $D_m$  la demande sur celui-ci. Elle se répartit entre ceux qui n'achètent pas d'itinéraire à la compagnie, représentés par la variable  $q_m^0$ , et ceux qui achètent un itinéraire  $i \in m$  parmi ceux disponibles, représentés par la variable  $q_i$ . La limite fluide du modèle de choix discrets utilisé permet d'écrire

$$\frac{q_i}{v_i} \leq \frac{q_m^0}{v_m^0} \quad \forall i \in m, \forall m \in M \quad \text{et} \quad q_m^0 + \sum_{i \in m} q_i = D_m \quad \forall m \in M,$$

où  $v_i$  et  $v_m^0$  sont des paramètres qui s'interprètent comme l'"attractivité" respectivement de l'itinéraire  $i$  et du non-achat sur le marché  $m$ .

Le problème qui nous intéresse peut alors s'écrire sous la forme d'un problème connu dans la littérature sous le nom de *Sales Based Linear Program* et introduit par Gallego et al. [1] :

$$\max \sum_{m \in M} \sum_{i \in m} c_i q_i \quad (1a)$$

$$\text{sc} : \frac{q_i}{v_i} \leq \frac{q_m^0}{v_m^0} \quad \forall i \in m, \forall m \in M \quad (1b)$$

$$q_m^0 + \sum_{i \in m} q_i = D_m \quad \forall m \in M \quad (1c)$$

$$\sum_{i \ni l} q_i \leq s_l \quad \forall l \in L \quad (1d)$$

$$q_i \geq 0 \quad \forall i \in m, \forall m \in M \quad (1e)$$

$$q_m^0 \geq 0 \quad \forall m \in M \quad (1f)$$

Les contraintes (1b) et (1c) garantissent que la solution trouvée respecte le modèle de choix discrets, et la contrainte (1d) assure que l'on ne vend pas un itinéraire quand il n'y a plus de place dans un des vols qui le composent. Il est ici remarquable que l'on n'ait finalement pas besoin de faire apparaître de variables de décision fixant les quantités de places par itinéraire.

Le problème (1) a une structure particulière qu'il est possible d'exploiter. En effet en relâchant la contrainte (1d) limitant le nombre de places disponibles par avion, le problème devient séparable par marché. Cette remarque motive la méthode de décomposition de Dantzig–Wolfe que l'on propose pour résoudre le problème. Pour un marché donné, on peut utiliser un algorithme efficace proposé par Gallego et al. [1] pour générer une solution. Cela nous permet de résoudre les sous-problèmes associés rapidement. Les expérimentations préliminaires montrent que sur la dizaine d'instances réalistes dont nous disposons la méthode proposée est systématiquement plus rapide qu'une résolution frontale avec Gurobi.

## Références

- [1] Guillermo Gallego, Richard Ratliff and Sergey Shebalov. *A General Attraction Model and Sales-Based Linear Program for Network Revenue Management Under Customer Choice*. *Operations Research*, 63(1):212–232, 2015.
- [2] Qian Liu and Garrett van Ryzin. *On the Choice-Based Linear Programming Model for Network Revenue Management*. *Manufacturing & Service Operations Management*, 10(2):288–310, 2008.
- [3] Kalyan Talluri and Garrett van Ryzin. *Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior*. *Management Science*, 50(1):15–33, 2004.