Formulations mathématiques pour le TD-IRP

Fayçal A. Touzout, Anne-Laure Ladier, Khaled Hadj-Hamou

Univ Lyon, INSA Lyon, UCBL, Univ Lumière Lyon 2, DISP, EA4570, 69621 Villeurbanne, France

{faycal.touzout,anne-laure.ladier,khaled.hadj-hamou}@insa-lyon.fr

Mots-clés : *inventory routing problem ; transport ; time-dependant ; logistique urbaine ; FIFO.*

1 Introduction

L'Inventory Routing Problem (IRP) est un système logistique où le fournisseur contrôle le stock des clients en décidant pour chaque période d'un horizon temporel, quel client livrer et en quelle quantité. La majorité des travaux sur l'IRP considère les temps de trajets entre deux points comme constants sur toute la journée. En logistique urbaine, cette hypothèse n'est pas réaliste et le temps peut varier énormément le long de la journée. Ainsi, il est nécessaire de considérer des fonctions de trajets qui dépendent de la date de départ (*time-dependant*).

La littérature des problèmes de transport *time-dependant* est assez riche [1] ; cependant, seul un article s'intéresse au *Time-dependant* IRP (TD-IRP) [2]. Cho et al. y proposent une formulation du TD-IRP basée sur la modélisation d'Ichoua et al. [3], où les vitesses des véhicules sont *time-dependant*, et proposent un algorithme génétique pour résoudre le problème. Nous proposons trois formulations du TD-IRP exploitant les temps de trajet plutôt que les vitesses, en discrétisant ce temps de plusieurs façons différentes pour gérer l'explosion combinatoire du nombre de variables.

2 Fonction time-dependant

Les fonctions de temps de trajet que nous utilisons dans ce travail sont le résultat d'une simulation du trafic de la ville de Lyon basée sur des données réelles [4]. Ces fonctions sont constantes par palier et ne respectent pas la propriété FIFO : si l'on part d'un point i pour rejoindre un point j à une date t, on peut arriver plus tôt que si l'on était parti à une date $t' > t$. Ceci arrive à chaque palier descendant. Pour rendre FIFO une telle fonction, on peut la transformer en une fonction linéaire par palier, comme proposé par Fleischmann et al. [5].

3 Formulations du TD-IRP

Ce travail propose trois formulations du TD-IRP résolues avec un algorithme de branch-and-cut qui génère de manière dynamique les contraintes d'élimination de sous-tours et des tournées infaisables en terme de date de départ. Aussi, les trois formulations utilisent une borne supérieure pour la date d'arrivée de la tournée :

La formulation 1 utilise une fonction de temps de trajet qui respecte la propriété FIFO linéaire par palier. Dans ce cas, il est nécessaire de discrétiser finement le modèle (à la seconde). L'inconvénient est le nombre important de variables, qu'on essaye de maîtriser en ne créant de variables qu'à partir de sommets atteignables en terme de temps.

La formulation 2 exploite la forme de la fonction des temps de trajet : le niveau de discrétisation correspond au nombre de paliers dans cette fonction, ce qui permet de manipuler beaucoup moins de variables. On ne créé également de variables qu'à partir des sommets atteignables en terme de temps. Les contraintes vérifiant la faisabilité des tournées en terme de date de départ, et les variables correspondant à des sommets atteignables, sont générées avec une fonction linéaire par palier afin de conserver la propriété FIFO. La date d'arrivée de la tournée est recalculée *a posteriori* avec la fonction linéaire par palier.

La formulation 3 utilise la fonction de temps de trajet constante par palier et assure la propriété FIFO en autorisant des temps d'attente aux sommets. Cette formulation a l'avantage d'avoir un nombre réduit de variables par rapport à la formulation 1, mais l'ajout de temps d'attente (faire patienter un chauffeur à l'arrêt) peut dégrader l'acceptabilité de la solution dans la pratique. La date d'arrivée de la tournée est également recalculée *a posteriori* avec la fonction linéaire par palier sans temps d'attentes.

4 Résultats

Les trois formulations sont testées sur un benchmark combinant les fonctions de trajets de Rifki et al. [4] et le benchmark d'IRP d'Archetti et al. [6] avec un ensemble de sommets $|\mathcal{V}| = \{5, 10, 15\}$, un ensemble de périodes $|\mathcal{H}| = \{3, 6\}$, et une fonction time-dependant définie avec 120 paliers de 360 secondes chacun. La limite de temps de résolution est d'une heure.

Le Tableau 1 montre les résultats : $|\mathcal{A}_k|$ est le nombre moyen de variables *time-dependant* générées, g^{RL_k} est l'écart moyen avec la meilleure relaxation linéaire trouvée et CPU_k est le temps d'exécution moyen en secondes pour la formulation k. Enfin, $gAT_k^{k'}$ sont les écarts moyens des temps d'arrivées de tournées de la formulation k' par rapport à la formulation k. PSF signifie que pas de solution faisable a été trouvé dans la limite de temps imposée. Les résultats montrent que la formulation 1 ne permet pas de résoudre les instances dont le nombre de sommets dépasse 5. En revanche, les formulations 2 et 3 parviennent à résoudre des instances jusqu'à 15 sommets. Aussi, les résultats montrent qu'en reprenant la tournée résultante de la formulation 3 et en recalculant sa date d'arrivée dans une fonction linéaire par palier sans les temps d'attentes, la date d'arrivée n'est pas excessivement dégradée par rapport à l'optimale.

$\|\mathcal{V}\|$	$\|\mathcal{H}\|$	$\|\mathcal{A}_1\|$	g_1^{RL}	CPU_1	$\|\mathcal{A}_2\|$	g_2^{RL}	CPU_2	$\|\mathcal{A}_3\|$	g_3^{RL}	CPU_3	gAT_1^2	gAT_1^3	gAT_2^3
5	6	4329.6	0	45.40	535	0	0.48	1008	0	0.29	0.00	1.27	1.27
10	6	803026.8	PSF	PSF	4252	2.50	3600	6204	0.38	909.06	PSF	PSF	4.51
15	3	1966576.8	PSF	PSF	7625	3.65	3600.15	9504	0	1853.07	PSF	PSF	4.79

TAB. 1 – Résultats des expérimentations numériques

Les formulations 2 et 3 pourraient être exploitées pour améliorer la performance des algorithmes de résolution de l'IRP, mais aussi d'autres problèmes de tournées de véhicules *time-dependant*.

Références

[1] Gendreau, M., Ghiani, G., & Guerriero, E. (2015). Time-dependant routing problems : A review. Computers and Operations Research, 64, 189–197.

[2] Cho, D. W., Lee, Y. H., Lee, T. Y., & Gen, M. (2014). An adaptive genetic algorithm for the time dependant inventory routing problem. Journal of Intelligent Manufacturing, 25(5), 1025–1042.

[3] Ichoua, S., Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2003). Vehicle dispatching with time-dependant travel times. European Journal of Operational Research, 144(2), 379–396.

[4] Rifki, O., Chiabaut, N., & Solnon, C. (2020). On the impact of spatio-temporal granularity of traffic conditions on the quality of pickup and delivery optimal tours. Transportation Research Part E : Logistics and Transportation Review, 142(102085).

[5] Fleischmann, B., Gietz, M., & Gnutzmann, S. (2004). Time-varying travel times in vehicle routing. Transportation Science, 38(2), 160–173.

[6] Archetti, C., Bertazzi, L., Laporte, G., & Speranza, M. G. (2007). A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. Transportation Science, 41(3), 382–391.