Partitionnement d’un graphe sous contraintes : exemple de la sectorisation d’un réseau de distribution d’eau

Pierre Mandel[1], Valentin Bouthière[2], Karine Delabre[1], Véronique Heim[2]

[1] Veolia Eau d’Ile-de-France, Études Recherche et Développement, F-92000 Nanterre, France
{pierre.mandel,karine.delabre}@veolia.com

[2] Syndicat des Eaux d’Ile-de-France, Études et prospective, F-75006 Paris, France
{v.bouthiere,v.heim}@sedif.com

Mots-clés : *Optimisation multiobjectif ; hydraulique urbaine ; méthodes de Monte-Carlo.*

Introduction

Sectoriser un réseau consiste à le subdiviser en zones interdépendantes (secteurs) et à l’équiper de débitmètres pour comptabiliser les volumes d’eau transitant entre secteurs. Deux problèmes doivent donc être traités : identifier les secteurs puis les isoler en déterminant les conduites à fermer et celles à équiper de débitmètres (respectivement problème n°1 et problème n°2). Si l’objectif principal de la sectorisation est, grâce à des bilans volumiques, de détecter plus finement les fuites, de nombreux enjeux, à commencer par la sécurité d’alimentation des abonnés, doivent aussi être considérés [8].

De nombreuses études ont été consacrées au problème de la sectorisation de réseaux de distribution d’eau. La plupart des auteurs abordent le problème n°1 en considérant des méthodes issues de la théorie des graphes : parcours de graphes, détection de communautés [4], algorithmes fondés sur la modularité [1], partitionnement multi-niveaux [5], partitionnement spectral [2]. Le problème n°2 est généralement traité par des heuristiques ou des méta-heuristiques, par exemple des algorithmes évolutionnaires [8]. Les études publiées diffèrent pourtant dans la formulation des objectifs et contraintes et dans le traitement des deux problèmes, qui peuvent être couplés ou scindés.

Cette étude présente une méthode combinant des algorithmes issus de la théorie des graphes avec un algorithme génétique multi-objectif traitant le problème n°1. Le problème n°2 est résolu par programmation linéaire. L’approche générale est celle d’une programmation biniveau où le problème n°1 est considéré comme maître et le problème n°2 est esclave.

Approche générale

Les différentes étapes de la méthode de partitionnement sont présentées dans la Figure (1) :

- Prétraitements : on crée le graphe à partir du modèle hydraulique ; on le simplifie en ôtant les forêts et les sommets de degré 2. À partir des résultats de simulation hydraulique, on fusionne les composantes fortement connexes déterminées en orientant le graphe selon les valeurs de débit. En conditionnant l’orientation des arêtes aux débits, on crée un jeu de graphes simplifiés.
- Newman : Pour chaque graphe simplifié, on détermine les communautés avec l’algorithme glouton de maximisation de la modularité de Newman [7]. On obtient un jeu de communautés.
- Évolution des solutions : l’assemblage de communautés pour créer des secteurs (problème n°1) est ensuite géré par un algorithme génétique, NSGA-II [3]. En particulier, les étapes de croisement et de mutation reposent sur l’utilisation des communautés. Un programme linéaire est utilisé pour résoudre le problème n°2.

Fonction objectif et contraintes

On se place dans un cadre bi-objectif utilisant la dominance de Pareto, en considérant d’une part la résilience – calculée à partir de la multiplicité de chemins permettant l’acheminement de l’eau (à maximiser) ; et d’autre part le débit de fuite détectable en tenant compte des incertitudes de mesure des débitmètres (à minimiser).

La résilience du réseau se calcule à partir d’une représentation simplifiée du réseau où chaque secteur est représenté par un point (le point critique, défini comme le point maximisant la perte de charge par rapport aux entrées du secteur). Entre deux points critiques, il existe un ou plusieurs plus courts chemins passant par des séries de nœuds critiques. La formule est la suivante :

$$R = \sum_{s=1}^{S} \frac{f_s}{K_s} \sum_{i=1}^{K_s} \frac{1}{g(i,s)} \qquad (1)$$

- s : indice parcourant tous les secteurs contenant au moins une source (usine),
- S : nombre de secteurs contenant au moins une source,
- K_S : nombre de plus courts chemins vers le secteur s,
- i : indice parcourant les plus courts chemins vers le secteur s,
- f_s : fraction du volume total produit par les usines situées dans le secteur s,
- $g(i,s)$: terme de pondération : mesure approximée de la perte de charge du $i^{ème}$ plus court chemin vers le secteur s [6].

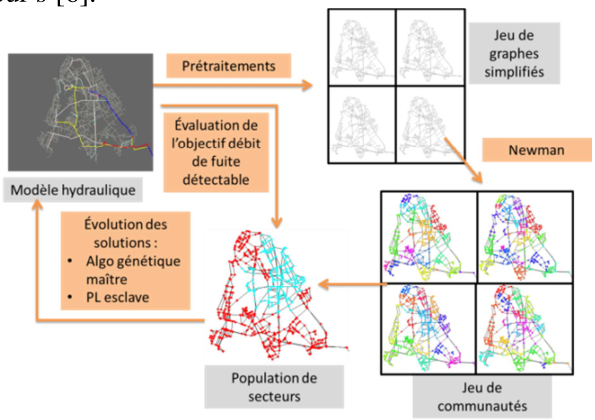

FIG. 1 – Schéma général de la méthodologie proposée

Le débit de fuite détectable est calculé d'après la distribution de la mesure de consommation des secteurs entre 3 et 4 h du matin : plus les distributions sont resserrées, meilleure est l'estimation. Pour calculer empiriquement la distribution de la consommation des secteurs, on simule un grand nombre de mesures de débit possibles (1000 p.ex.). Pour un débitmètre placé entre les secteurs i et j, on génère selon l'équation (2) une série possible de débits de nuit mesurés $\widehat{Q_{i,j}}$.

$$\widehat{Q_{i,j}} \sim \mathcal{N}(Q_{i,j}; 3.\sigma_{mesure}) \qquad (2)$$

- $Q_{i,j}$: débit « vrai » de nuit (simulé) circulant entre les secteurs i et j,
- σ_{mesure} : écart-type de la mesure de débit dépendant du diamètre de la conduite et de $Q_{i,j}$

Les contraintes sont exprimées en termes de dimensionnement : non-fermeture des conduites excédant certains diamètres, nombres minimal et maximal de débitmètres par secteur, homogénéité des tailles des secteurs.

Résultats

La méthodologie a été appliquée à plusieurs sous-réseaux du SEDIF, pour des tailles allant de 1.500 à 10.000 sommets et de 2.000 à 12.000 arêtes. Les résultats ont permis, après validation des plans par des experts hydrauliciens, de démarrer les travaux. Ils seront présentés lors du congrès.

Conclusions et perspectives

Cette étude propose une approche originale couplant modélisation hydraulique et optimisation pour le partitionnement de graphes. En particulier, un certain nombre de simplifications d'éléments fondamentaux d'hydraulique sont proposées afin de les intégrer à des algorithmes mathématiques (théorie des graphes, résolution de problème linéaire, algorithme génétique).

Références

[1] Bruno M. Brentan, Enrique Campbell, Gustavo L. Meirelles, Edevar Luvizotto, and Joaquin Izquierdo. Social Network Community Detection for DMA Creation: Criteria Analysis through Multilevel Optimization. *Math. Probl. Eng.* 2017: 1–12, 2017.

[2] Jun Liu, and Rui Han. Spectral Clustering and Multicriteria Decision for Design of District Metered Areas. *J. Wat. Resour. Plan. Manag.,* 144(5): 04018013, 2018.

[3] Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratap, and T Meyarivan. A Fast Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization: NSGA-II, *Int. Conf. PPSN*: 849-858, Springer Berlin, 2000.

[4] Kegong Diao, Yuwen Zhou, and Wolfgang Rauch. Automated Creation of District Metered Area Boundaries in Water Distribution Systems. *J. Wat. Resour. Plan. Manag.,* 139(2): 184–190, 2013.

[5] Lina Sela Perelman, Michael Allen, Ami Preis, Mudasser Iqbal, and Andrew J. Whittle. Automated Sub-Zoning of Water Distribution Systems. *Environ. Model. Softw.*, 65: 1–14, 2015.

[6] Manuel Herrera, Edo Abraham, and Ivan Stoianov. A Graph-Theoretic Framework for Assessing the Resilience of Sectorised Water Distribution Networks. *Wat. Res. Manag.* 30(5): 1685-1699, 2016.

[7] Mark E. J. Newman. Fast algorithm for detecting community structure in networks. *Physical Review E,* 69: 066133, 2004.

[8] Xuan Khoa Bui, Malvin S. Marlim, and Doosun Kang. Water Network Partitioning into District Metered Areas: A State-Of-The-Art Review. *Water*, 12(4): 1002-1030, 2020.