Dimensionnement d'une flotte de robots hétérogènes dans un entrepôt logistique

Achraf RJEB, Jean-Philippe GAYON, Sylvie NORRE

Université Clermont-Auvergne, LIMOS, Clermont-Ferrand, France

achraf.rjeb@uca.fr , j-philippe.gayon@uca.fr , sylvie.norre@uca.fr

Mots-clés : *Logistique interne, transport, flotte de robots, problème de dimensionnement*

1 Résumé

Nous nous intéressons au problème de dimensionnement d'une flotte de plusieurs types de robots permettant le transport de charges entre deux zones A et B d'un entrepôt logistique. Chaque opération de transport est composé d'une étape de chargement de la charge au point A , un déplacement du robot chargé vers le point B, un déchargement au point B et un retour vide au point A. Le but de cet article est de dimensionner la flotte de robots, c'est-à-dire, de déterminer les types et le nombre optimal de robots utilisés afin de répondre aux exigences logistiques de l'entrepôt. Nous considérons tout d'abord le cas de charges homogènes avant de considérer le cas de charges hétérogènes. Dans les deux cas, nous formulons le problème par un PLNE. Dans le cas de charges homogènes, nous montrons que l'heuristique consistant à utiliser un seul type de robots est de très bonne qualité sous certaines hypothèses. Ce travail étend [1] qui traite le problème avec une flotte homogène de robots et qui visait à déterminer le nombre minimum de robots permettant de transporter toutes les charges sur un horizon de temps donné. Dans le cas d'une flotte hétérogène, il est nécessaire d'introduire la notion de coût d'une flotte de robots afin de pouvoir comparer plusieurs solutions. Nous nous sommes inspirés de [2] pour proposer une structure de coût pertinente. Pour des questions de place, nous présentons dans ce qui suit uniquement le modèle avec des charges homogènes.

2 Problème avec charges homogènes

- n : nombre de charges homogènes à transporter
- D : distance aller/retour entre A et B
- T : horizon de planification
- K : nombre de types de robots
- Pour un type k de robot :
  - m_k : nombre de robots de type k
  - n_k : nombre de charges transportées par les robots de type k
  - v_l^k : vitesse de circulation d'un robot de type k transportant une charge
  - v_e^k : vitesse de circulation à vide d'un robot de type k
  - t_l^k : temps de chargement d'une charge transportée par un robot de type k
  - t_u^k : temps de déchargement d'une charge transportée par un robot de type k
  - p_k : le temps de cycle du transport d'une charge par un robot de type k (chargement, aller chargé, déchargement et retour vide)

$$p_k = \frac{D}{2} \cdot \left(\frac{1}{v_l^k} + \frac{1}{v_e^k} \right) + t_l^k + t_u^k \tag{1}$$

- Structure des coûts
  - α_k : coût fixe par robot lié à la partie Hardware du système (chargeurs, batteries...).
  - β_k : coût fixe lié au type k de robots utilisés, indépendant du nombre de robots. C'est la partie software du système qui gère le fonctionnement des robots (planification, routage, $\cdots$).
  - γ_k : coût fonction de la distance parcourue d'un robot de type k.

Le coût d'une flotte homogène de m_k robots de type k transportant n_k charges est

$$C_k(m_k, n_k) = \alpha_k m_k + \beta_k \mathbb{1}\{m_k > 0\} + \gamma_k n_k D \tag{2}$$

Le coût d'une flotte constituée de K types de robots est alors

$$\sum_{k=1}^{K} C_k(m_k, n_k) = \sum_{k=1}^{K} (\alpha_k m_k + \beta_k \mathbb{1}\{m_k > 0\} + \gamma_k n_k D) \tag{3}$$

Nous utilisons les variables binaires suivantes :

$$\begin{aligned} x_{ijk} = &\ \text{1 si la charge } i \text{ est transportée par le robot } j \text{ de type } k\text{, 0 sinon} \\ y_{jk} = &\ \text{1 si le robot } j \text{ est de type } k \text{ et est utilisé, 0 sinon} \\ z_k = &\ \text{1 si un robot de type } k \text{ est utilisé, 0 sinon} \end{aligned}$$

Nous avons alors $m_k = \sum_{j=1}^{n} y_{jk}$ et $n_k = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ijk}$. Le problème d'optimisation s'écrit alors sous forme d'un PLNE :

$$C^* = \min \left[\sum_{k=1}^{K} \left(\alpha_k \sum_{j=1}^{n} y_{jk} + \beta_k z_k + \gamma_k D \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ijk} \right) \right]$$

$$\begin{aligned}
s.c. \quad & \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{K} x_{ijk} = 1 & \forall i & \quad (4) \\
& \sum_{k=1}^{K} \sum_{i=1}^{n} x_{ijk} \cdot p_k \leq T & \forall j & \quad (5) \\
& x_{ijk} + x_{i'jk'} \leq 1 & \forall i \ , \forall i' \ , \forall j \ , \forall k \neq k' & \quad (6) \\
& y_{jk} \geq x_{ijk} & \forall i \ , \forall j \ , \forall k & \quad (7) \\
& z_k \geq x_{ijk} & \forall i \ , \forall j \ , \forall k & \quad (8) \\
& x_{ijk} \in \{0,1\} \ , y_{jk} \in \{0,1\} \ , z_k \in \{0,1\} & & \quad (9)
\end{aligned}$$

Signification des contraintes :

- Contrainte (4) : chaque charge doit être transportée par un seul robot
- Contrainte (5) : chaque robot doit être en mesure de transporter l'ensemble des charges qui lui sont affectées dans l'horizon $[0, T]$
- Contrainte (6) : chaque robot j est d'un seul type k
- Contrainte (7) : si une charge i est transportée par un robot j de type k, ce robot est utilisé
- Contrainte (8) : si une charge i est transportée par un robot de type k, les robots de type k sont utilisés

Références

[1] Achraf Rjeb, Jean-Philippe Gayon, Sylvie Norre. Fleet-sizing of robots in a logistics warehouse - Transport operation between reception area and storage area. 2021. ⟨hal-03149661⟩

[2] SINRIECH, D. et TANCHOCO, J. M. A. An economic model for determining AGV fleet size. International Journal of Production Research, 1992, vol. 30, no 6, p. 1255-1268.